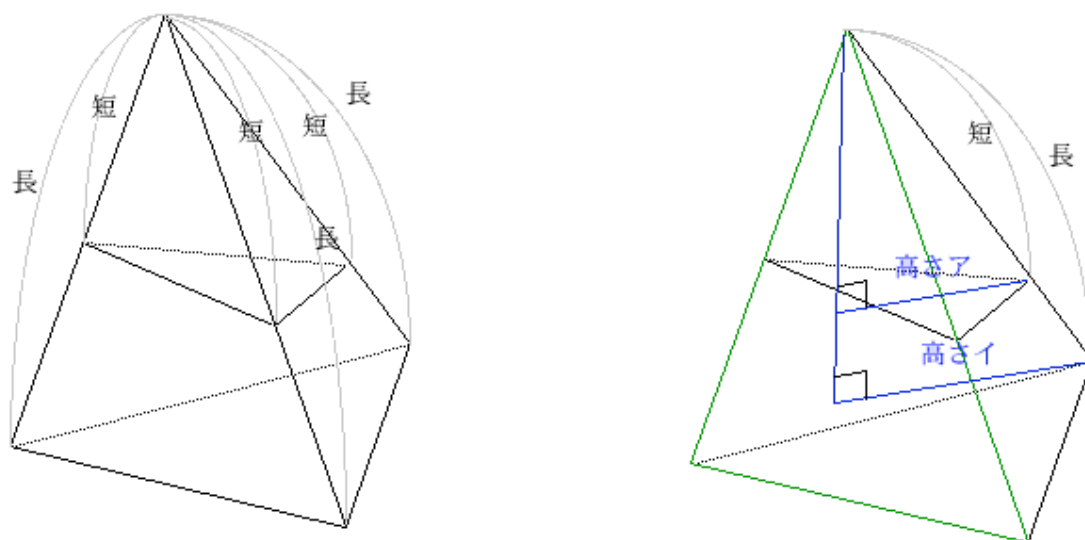


● 体積比

応用公式5

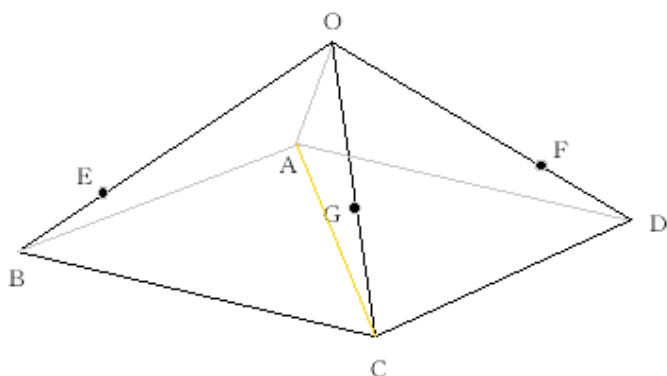


前ページの三角形の面積比の公式を、三角すいに拡張したのが次の公式です。

$$\text{小三角すいの体積} : \text{大三角すいの体積} = (\text{短} \times \text{短} \times \text{短}) : (\text{長} \times \text{長} \times \text{長})$$

なぜでしょうか。右図のようにみどりの三角形を底面と考え、頂点から図のように底面に垂直に青い補助線をひきます。すると、高さアが小三角すいの高さに、高さイが大三角すいの高さになります。このとき、ピラミッドの相似より高さア:高さイ=短:長 となり、みどりの底面の面積比の短×短:長×長に、この高さの比の短×長をかけると上記の公式になります。

(問い)下の図の立体は正四角すいと言い、底面が正方形で、 OA, OB, OC, OD の長さはすべて等しい。また、 E, F はそれぞれ OB, OD を $3:1$ の比に、 G は OC を $3:2$ の比に分けている。このとき、 $EGFA$ を通る平面により分けられた正四角すいの2つの部分のうち O を含む部分の体積と正四角すいの体積の比をもとめよ。(灘中学 改)



式と考え方

答え

●解答 三角すい $OABC$ と三角すい $OACD$ に分けて考える。

$$OE \times OG \times OA : OB \times OC \times OA = 3 \times 3 \times 1 : 4 \times 5 \times 1 = 9 : 20 \quad (9+9) : (20+20) = \underline{9 : 20}$$

●考察 A 点は OA を $1:0$ に分けると考えると、この公式が使えます。

四角すいや円柱では、高さの平均を求めて、底面積にかけると体積が求まります。